

Муниципальное автономное образовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №114

Принято решением
Педагогического совета
Протокол №1 от 31.08.2022 г.



УТВЕРЖДАЮ
Директор MAOU СОШ № 114
Л.И. Боярских
Приказ № 519 от 21.09.2022 г.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА
ТЕХНИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

«Нестандартное решение задач, неравенств, уравнений»

Возраст обучающихся: 16-17 лет
Срок реализации: 3 года
Автор-составитель: Грауберг О.П.,
учитель математики,
первая квалификационная категория.

Екатеринбург, 2022 г.

Пояснительная записка

Программа «Нестандартное решение задач, неравенств, уравнений» разработана с учетом требований:

- Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 г. № 273;

Программа «Нестандартное решение задач, неравенств, уравнений» предназначена для обучающихся старшего школьного возраста.

Важнейшей целью образования сегодня является развитие социально-экономической системы, которое возможно через развитие личности. Таким образом, развитие обучающихся является важнейшей целью образования. Образовательный стандарт не может сводиться к списку минимальных требований к подготовке обучающегося. Математика - важнейший системообразующий предмет и потому необходимы не только глубокие математические знания, но и владение математическими методами. Дополнительные занятия играют большую роль в совершенствовании математического образования. Они позволяют освоить более широкий диапазон поиска, экспериментальную проверку содержания изучаемого материала, овладение различными методами решений нестандартных задач, получить навыки исследовательской деятельности при решении задач.

Цель курса:

- обеспечение прочности сознательного овладения учащихся системой математических знаний и умений необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования;
- обеспечить условия для освоения высокоэффективных подходов к решению сложных задач,

Задачи:

- формировать у обучающихся сознательное и прочное овладение системой математических знаний, умений, навыков;
- систематизировать, расширить и углубить знания по математике;
- детально расширить темы, недостаточно глубоко изучаемые в школьном курсе и, как правило, вызывающие затруднения у обучающихся;
- развивать математические способности обучающихся;
- способствовать вовлечению обучающихся в самостоятельную исследовательскую деятельность.

Общая характеристика программы.

Основная задача обучения математике в школе заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения обучающимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому человеку, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования. Наряду с решением основной задачи расширенное и углубленное изучение математики предусматривает формирование у обучающихся устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие их математических способностей, ориентацию на профессии, существенно связанные с математикой, подготовку к обучению в ВУЗе. Занятия специального курса призваны помочь ученику осознать степень своего интереса к

предмету и оценить возможности овладения им, с тем, чтобы он смог сделать сознательный выбор в пользу дальнейшего углубленного либо обычного изучения математики. Интерес и склонности обучающегося к математике должны всемерно подкрепляться и развиваться. Обучающиеся должны приобрести умения решать задачи более высокой сложности, точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения при решении задач и доказательствах теорем, правильно пользоваться математической терминологией и символикой, применять рациональные приемы вычислений и тождественных преобразований, использовать наиболее употребительные эвристические приемы и т.д. В программу включены ряд дополнительных вопросов, расширяющих и углубляющих курс математики по основным содержательным линиям. Включены также самостоятельные разделы, которые в настоящее время не изучаются, но являются важными содержательными компонентами системы непрерывного математического образования. Включение дополнительных вопросов преследует две цели: создание в совокупности с основными разделами курса базы для удовлетворения интересов и развития способностей обучающихся, имеющих склонность к математике; восполнение содержательных пробелов основного курса, придающее содержанию расширенного и углубленного изучения необходимую целостность. Расширенное и углубленное изучение математики предполагает наполнение курса разнообразными, интересными и сложными задачами, овладение основным программным материалом на более высоком уровне. Для поддержания и развития интереса к предмету в программу включены занимательные задачи, сведения из истории математики.

Формы контроля: еженедельно слушатели получают домашнее задание, которое проверяется и разбирается на следующих занятиях. Проводятся диагностические срезы знаний в форме контрольных работ и тестов.

2

Планируемые результаты обучения по программе «Нестандартное решение задач, неравенств уравнений»

В результате изучения данной программы учащиеся должны:

- приобрести умения решать задачи более высокой по сравнению с обязательным уровнем сложности;
- точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения;
- излагать собственные рассуждения при решении;
- правильно пользоваться математической терминологией и символикой;
- применять рациональные приёмы вычислений и тождественных преобразований;
- использовать наиболее употребительные эвристические приёмы;
- применять изученные алгоритмы для решения соответствующих заданий .

Содержание программы (9 класс)

Делимость и сравнения по модулю (8ч.). Сравнение по модулю. Рефлексивность, симметричность, транзитивность сравнения. Свойства сравнений, связанные с арифметическими действиями. Доказательства признаков делимости с использованием сравнений. Решение простейших задач на сравнение. Доказательства делимости и нахождение остатков при помощи сравнения по модулю.

Квадратный трехчлен (8ч.). Применение метода выделения полного квадрата. Промежутки знакопостоянства. Множество значений квадратного трехчлена. Расположение корней квадратного трехчлена.

Методы доказательства неравенств (16ч.). Равносильные преобразования и свойства числовых неравенств. Неравенство Коши. Неравенство Бернулли. Неравенство Коши-Буняковского. Доказательство на основе определения. Метод выделения квадратов. Метод последовательных оценок. Использование геометрических соображений.

Принцип Дирихле (8 ч.). Доказательство принципа Дирихле. Применение принципа Дирихле. Задача Рамсея. Раскраски и разбиения.

Комбинаторика и логика (8 ч.). Теорема Жордана. Выпуклое множество. Выпуклая оболочка фигуры. Окрестность фигуры. Покрытие фигуры. Упаковка. Задачи на разрезание и замощение.

Метод математической индукции (8 ч.) Применение метода математической индукции при доказательстве неравенств, решении задач на делимость, раскраски и разбиения.

Простые и составные числа (8ч.). Основная теорема арифметики. Малая теорема Ферма. Теорема Вильсона. Постулат Бертрана. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.

Тематическое планирование.

№ п.п	Тема	количество часов
1.	Сравнение по модулю. Рефлексивность, симметричность, транзитивность сравнения.	1
2.	Свойства сравнений, связанные с арифметическими действиями.	1
3.	Доказательства признаков делимости с использованием сравнений.	1
4.	Решение простейших задач на сравнение.	1
5.	Доказательства делимости и нахождение остатков при помощи сравнения по модулю.	1
6.	Доказательства делимости и нахождение остатков при помощи сравнения по модулю.	1
7.	Доказательства делимости и нахождение остатков при помощи сравнения по модулю.	1
8.	Зачет по теме «Делимость и сравнения по модулю».	1
9.	Применение метода выделения полного квадрата.	1
10.	Применение метода выделения полного квадрата.	1
11.	Промежутки знакопостоянства	1
12.	Промежутки знакопостоянства	1
13.	Множество значений квадратного трехчлена.	1
14.	Множество значений квадратного трехчлена.	1
15.	Расположение корней квадратного трехчлена.	1
16.	Зачет по теме «Квадратный трехчлен».	1
17.	Равносильные преобразования и свойства числовых неравенств.	1
18.	Неравенство Коши.	1
19.	Неравенство Коши.	1
20.	Неравенство Бернулли.	1

21.	Неравенство Бернулли.	1
22.	Неравенство Коши-Буняковского.	1
23.	Методы доказательства неравенств.	1
24.	Зачет по теме «Методы доказательства неравенств».	1
25.	Принцип Дирихле.	1
26.	Принцип Дирихле.	1
27.	Задача Рамсея.	1
28.	Задача Рамсея.	1
29.	Раскраски и разбиения.	1
30.	Раскраски и разбиения	1
31.	Раскраски и разбиения	1
32.	Зачет по теме «Принцип Дирихле»	1
33.	Теорема Жордана. Выпуклое множество. Выпуклая оболочка фигуры.	1
34.	Теорема Жордана. Выпуклое множество. Выпуклая оболочка фигуры.	1
35.	Окрестность фигуры. Покрывание фигуры.	1
36.	Окрестность фигуры. Покрывание фигуры.	1
37.	Упаковка. Задачи на разрезание и замощение.	1
38.	Упаковка. Задачи на разрезание и замощение.	1
39.	Упаковка. Задачи на разрезание и замощение.	1
40.	Зачет по теме «Комбинаторика и логика»	1
41.	Применение метода математической индукции при доказательстве.	1
42.	Применение метода математической индукции при доказательстве.	1
43.	Применение метода математической индукции при доказательстве.	1
44.	Применение метода математической индукции при решении задач на делимость, раскраски и разбиения.	1
45.	Применение метода математической индукции при решении задач на делимость, раскраски и разбиения.	1
46.	Применение метода математической индукции при решении задач на делимость, раскраски и разбиения.	1
47.	Применение метода математической индукции при доказательстве неравенств, решении задач на делимость, раскраски и разбиения.	1
48.	Зачет по теме «Метод математической индукции»	1
49.	Основная теорема арифметики. Малая теорема Ферма.	1
50.	Основная теорема арифметики. Малая теорема Ферма.	1
51.	Теорема Вильсона. Постулат Бертрана.	1
52.	Теорема Вильсона. Постулат Бертрана.	1
53.	Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.	1
54.	Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.	1
55.	Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.	1
56.	Зачет по теме «Простые и составные числа»	1

Содержание программы (10 класс)

Методы решения целых рациональных уравнений и неравенств (9ч.). Алгебраические преобразования. Разложение многочлена на множители. Замена переменной. Уравнения вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=k$, где $a+b=c+d$ и $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=kx^2$, где $ab=cd$. Возвратные уравнения 4-ого порядка. Условие равенства степеней. Уравнения, содержащие более одной переменной. Применение свойств функций. Уравнения, содержащие переменную под знаком

модуля. Равносильные преобразования. Метод промежутков. Применение геометрического смысла модуля.

Методы решения дробно-рациональных уравнений и неравенств (5ч.). Условие равенства дроби нулю. Равносильные преобразования. Переход к уравнению-следствию. Разложение на множители. Замена переменной. Применение свойств функций.

Методы решения иррациональных уравнений и неравенств (7 ч.). Уравнения вида $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$, $\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$, $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$, $f(x) \cdot \sqrt{g(x)} = 0$. Применение свойств корней. Замена переменной. Отбор корней в иррациональных уравнениях. Применение свойств функций. Метод замены множителя.

Методы решения показательных уравнений и неравенств (11 ч.). Алгебраические преобразования. Замена переменной. Отбор корней в показательных уравнениях. Применение свойств функции.

Методы решения логарифмических уравнений и неравенств. (8 ч.) Алгебраические преобразования. Замена переменной. Отбор корней в логарифмических уравнениях. Применение свойств функции. Метод замены множителя.

Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. (8 ч.). Алгебраические преобразования. Условие равенства двух одноименных тригонометрических функций. Формулы понижения степени. Универсальная тригонометрическая подстановка. Замена переменной. Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции. Метод оценок.

Решение комбинированных систем уравнений и неравенств (8 ч.)

Тематическое планирование

№ п.п	Тема	Количество часов
57.	Методы решения целых рациональных уравнений. Алгебраические преобразования. Применение разложения на множители. Замена переменной. Условие равенства степеней.	1
58.	Методы решения целых рациональных уравнений. Замена переменной. Решение уравнений вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=k$, где $a+b=c+d$ и уравнений вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=kx^2$, где $ab=cd \neq 0$. Решение возвратных уравнений 4-го порядка.	1
59.	Методы решения целых рациональных уравнений. Уравнения, содержащие более одной переменной.	1
60.	Методы решения целых рациональных уравнений. Применение свойств функции.	1
61.	Методы решения целых рациональных уравнений. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля. Равносильные преобразования.	1
62.	Методы решения целых рациональных уравнений. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля. Метод промежутков.	1
63.	Методы решения целых рациональных уравнений. Уравнения, содержащие переменную под знаком модуля. Применение геометрического смысла модуля.	1
64.	Методы решения целых рациональных неравенств.	1
65.	Зачет по теме «Целые рациональные уравнения и неравенства»	1
66.	Методы решения дробно-рациональных уравнений. Условие равенства дроби нулю. Равносильные преобразования. Переход к уравнению-следствию. Разложение на множители.	1
67.	Методы решения дробно-рациональных уравнений. Условие	1

	равенства дроби нулю. Равносильные преобразования. Переход к уравнению-следствию. Разложение на множители.	
68.	Методы решения дробно-рациональных уравнений. Замена переменной. Применение свойств функции.	1
69.	Методы решения дробно-рациональных неравенств. Метод замены множителя.	1
70.	Зачет по теме «Дробно-рациональные уравнения и неравенства»	1
71.	Методы решения иррациональных уравнений. Решение уравнений вида $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$, $\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$	1
72.	Методы решения иррациональных уравнений. Решение уравнений вида $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{h(x)}$ и сводимые к ним.	1
73.	Методы решения иррациональных уравнений. Уравнения вида $f(x) \cdot \sqrt{g(x)} = 0$.	1
74.	Методы решения иррациональных уравнений. Применение свойств корней при решении иррациональных уравнений.	1
75.	Методы решения иррациональных неравенств. Метод замены множителя.	1
76.	Методы решения иррациональных уравнений и неравенств.	1
77.	Зачет по теме «Иррациональные уравнения и неравенства»	1
78.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Алгебраические преобразования. Замена переменной.	1
79.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Алгебраические преобразования. Замена переменной.	1
80.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Алгебраические преобразования. Замена переменной.	1
81.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Отбор корней в показательных уравнениях.	1
82.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Отбор корней в показательных уравнениях.	1
83.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Отбор корней в показательных уравнениях.	1
84.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Применение свойств функции.	1
85.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Применение свойств функции.	1
86.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Применение свойств функции.	1
87.	Методы решения показательных уравнений и неравенств. Применение свойств функции.	1
88.	Зачет по теме «Показательные уравнения и неравенства»	1
89.	Методы решения логарифмических уравнений и неравенств. Алгебраические преобразования. Замена переменной. Отбор корней в логарифмических уравнениях. Применение свойств функции. Метод замены множителя.	1
90.	Методы решения логарифмических уравнений и неравенств. Отбор корней в логарифмических уравнениях.	1
91.	Методы решения логарифмических уравнений и неравенств. Отбор корней в логарифмических уравнениях.	1
92.	Методы решения логарифмических уравнений и неравенств. Применение свойств функции.	1
93.	Методы решения логарифмических уравнений и неравенств. Применение свойств функции.	1

94.	Методы решения логарифмических уравнений и неравенств. Метод замены множителя.	1
95.	Методы решения логарифмических уравнений и неравенств. Метод замены множителя.	1
96.	Зачет по теме «Логарифмические уравнения и неравенства»	1
97.	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Алгебраические преобразования.	1
98.	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Условие равенства двух одноименных тригонометрических функций.	1
99.	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Формулы понижения степени.	1
100.	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Универсальная тригонометрическая подстановка.	1
101.	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Замена переменной.	1
102.	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Уравнения, содержащие обратные тригонометрические функции.	1
103.	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств. Метод оценок.	1
104.	Зачет по теме «Тригонометрические уравнения и неравенства»	1
105.	Решение комбинированных систем уравнений и неравенств	1
106.	Решение комбинированных систем уравнений и неравенств	1
107.	Решение комбинированных систем уравнений и неравенств	1
108.	Решение комбинированных систем уравнений и неравенств	1
109.	Решение комбинированных систем уравнений и неравенств	1
110.	Решение комбинированных систем уравнений и неравенств	1
111.	Решение комбинированных систем уравнений и неравенств	1
112.	Зачет по теме «Решение комбинированных систем уравнений и неравенств»	1

Содержание программы (11 класс)

Основные определения и теоремы планиметрии. (16ч.). Основные определения и теоремы планиметрии. Треугольник. Окружность и круг. Многоугольники. Примеры многовариантных задач.

Многовариантность задачи как результат неоднозначности в задании взаимного расположения элементов фигуры (16ч.). Расположение точек на прямой. Расположение точек вне прямой. Выбор обозначений вершин многоугольника. Выбор некоторого элемента фигуры. Выбор плоской фигуры.

Многовариантность задачи как результат неоднозначности в задании взаимного расположения фигур. (16ч.). Взаимное расположение прямолинейных фигур. Взаимное расположение окружностей.

Интерпретация аналитического способа решения задачи. (8 ч.). Интерпретация решения уравнения $\sin x = a$. Интерпретация решения алгебраического уравнения. Координатный метод. Исследование планиметрической задачи с буквенными данными. Исследование

планиметрической задачи с числовыми данными.

Тематическое планирование

№ п.п	Тема	Форма проведения
1.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Треугольник».	1
2.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Треугольник».	1
3.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Треугольник».	1
4.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Треугольник».	1
5.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Треугольник».	1
6.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Окружность и круг».	1
7.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Окружность и круг».	1
8.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Окружность и круг».	1
9.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Окружность и круг».	1
10.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Окружность и круг».	1
11.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Многоугольник».	1
12.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Многоугольник».	1
13.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Многоугольник».	1
14.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Многоугольник».	1
15.	Основные определения и теоремы планиметрии. Примеры многовариантных задач по теме «Многоугольник».	1
16.	Зачет по теме «Основные определения и теоремы планиметрии».	1
17.	Расположение точек на прямой	1
18.	Расположение точек на прямой	1
19.	Расположение точек на прямой	1
20.	Расположение точек вне прямой	1
21.	Расположение точек вне прямой	1
22.	Расположение точек вне прямой	1
23.	Выбор обозначений вершин многоугольника.	1
24.	Выбор обозначений вершин многоугольника.	1
25.	Выбор обозначений вершин многоугольника.	1
26.	Выбор некоторого элемента фигуры.	1
27.	Выбор некоторого элемента фигуры.	1
28.	Выбор некоторого элемента фигуры.	1
29.	Выбор плоской фигуры.	1
30.	Выбор плоской фигуры.	1
31.	Выбор плоской фигуры.	1

32.	Зачет по теме «Неоднозначность в задании взаимного расположения элементов фигуры».	1
33.	Взаимное расположение прямолинейных фигур	1
34.	Взаимное расположение прямолинейных фигур	1
35.	Взаимное расположение прямолинейных фигур	1
36.	Расположение центров окружностей относительно общей касательной	1
37.	Расположение центров окружностей относительно общей касательной	1
38.	Расположение центров окружностей относительно их общей точки касания	1
39.	Расположение центров окружностей относительно их общей точки касания	1
40.	Расположение центров окружностей относительно их общей точки касания	1
41.	Расположение центров окружностей относительно общей хорды	1
42.	Расположение центров окружностей относительно общей хорды	1
43.	Расположение центров окружностей относительно общей хорды	1
44.	Расположение центров окружностей относительно хорды большей окружности	1
45.	Расположение центров окружностей относительно хорды большей окружности	1
46.	Расположение точек касания окружности и прямой	1
47.	Расположение точек касания окружности и прямой	1
48.	Зачет по теме «Неоднозначность в задании взаимного расположения фигур»	1
49.	Интерпретация решения уравнения $\sin x = a$.	1
50.	Интерпретация решения уравнения $\sin x = a$.	1
51.	Интерпретация решения алгебраического уравнения.	1
52.	Интерпретация решения алгебраического уравнения.	1
53.	Координатный метод.	1
54.	Исследование планиметрической задачи с буквенными данными.	1
55.	Исследование планиметрической задачи с числовыми данными.	1
56.	Зачет по теме «Интерпретация аналитического способа решения задачи.»	1

5.4. Формы аттестации и контроля за уровнем подготовки

Формы контроля: еженедельно слушатели получают домашнее задание, которое проверяется и разбирается на следующих занятиях. Проводятся диагностические срезы знаний в форме контрольных работ и тестов.

5.5. Методические материалы

Программа обеспечена методическими видами продукции: разработками занятий, бесед, рекомендациями по проведению занятий, дидактическими материалами.

5.6. Список литературы

1. Программы: учебно-методическое пособие Математика. 10-11 классы. Решение уравнений и неравенств с параметрами: элективный курс / авт. Сост. Д.Ф. Айвазян. – Волгоград: Учитель, 2009.
2. Учебник Мордкович А.Г. «Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)» Часть 1 и Часть 2. М.: Мнемозина, 2008.
3. Володькина Е.Г., Кармаковой Т.С., Шелягиной И.Д. "Способы решения нестандартных уравнений: Элективный курс по математике для учащихся 10-11 классов"
4. Габович И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач.-М.: Просвещение, 2012
5. Голубев В.И. Решение сложных и нестандартных задач по математике.-М.: Илекса, 2013.

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат 603332450510203670830559428146817986133868575799

Владелец Боярских Лариса Ивановна

Действителен с 21.06.2022 по 21.06.2023